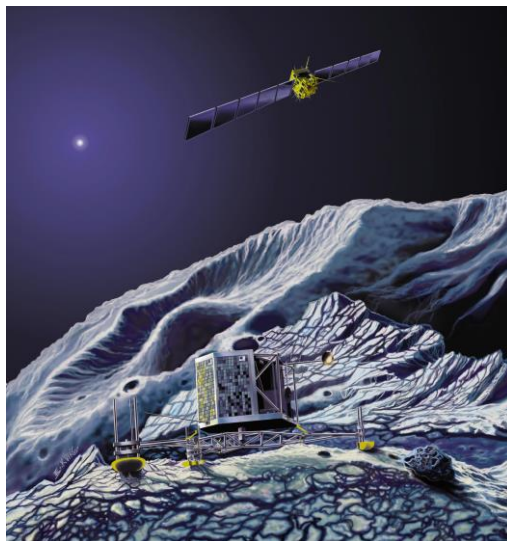


# Kometer

Af Mie Ibsen & Marcus Guldager

Nordsjællands Grundskole & Gymnasium



<http://esamultimedia.esa.int/images/Science/rosetta2.jpg>

Indholdsfortegnelse	side
Introduktion.....	2
Problemformulering.....	2
Baggrund.....	2
Kometers ellipsebener og hastighed.....	2-4
Keplers love.....	5
Hvad er kometers opbygning og hvor befinder de sig.....	6
Rosettamissionen.....	7
Beregninger for kometen P67.....	7-9
Kometfremstilling.....	9
Konklusion.....	10

## Introduktion

Da vi hørte om Rosetta missionen og kometen Ison i medierne i december, blev vores interesse vakt for at undersøge teorien bag kometer. Vi gik i gang med at kigge på kometer og deres opbygning. I takt med at vores interesse for emnet steg, valgte vi at undersøge teorien omkring kometer. Her satte vi os ind i den matematik og fysik som er relateret til kometer, - herunder ellipsebaner, Keplers love og hvordan hastigheder af kometer på forskellige positioner bestemmes. Da vores lærer introducerede os til Unge Forskere Junior, så vi det som en god mulighed for at fremvise vores spændende arbejde med kometer.

## Problemformulering

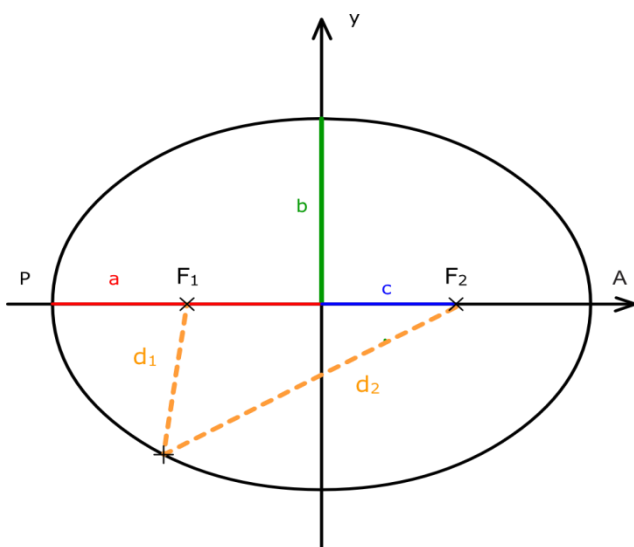
Vores problemformulering lyder ganske enkelt på at undersøge kometer. Herunder har vi valgt at komme ind på følgende underemner:

- Hvordan er kometers opbygning og hvor de kommer fra?
- Hvordan kan kometer beskrives ved Kepler's 3 love?
- Hvordan kan man beskrive kometers banekurver og hastigheder ved matematik og fysik?
- Hvad er Rosetta-missionen?
- Hvordan kan vi fremstille modeller af kometer?

## Baggrund

Videnskaben om kometers ellipsebaner havde i lang tid været ukendt, indtil en tysk astronom og matematiker, ved navn Johannes Kepler (1571-1630), undersøgte dem. Kepler undersøgte de baner, som planeter fulgte og fandt generelle bevægelsesligninger for planeterne, som siden viste sig også at beskrive kometers baner. Keplers 3 love er derfor en vigtig milepæl for forståelsen af bl.a. kometers baner i solsystemet.

## Kometers ellipsebaner



( Figur E, Ellipse:<http://ndla.no>)

Kometers ellipsebane kan beskrives med ellipsens ligning givet ved:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Hvor  $a$  er ellipsens halve storakse,  $b$  ellipsens halve lilleakse og  $(x,y)$  er koordinaterne til punkt på ellipsens banekurve. Brændpunkterne er  $F_1$  og  $F_2$  og Solen vil ligge i det ene brændpunkt for komets ellipsebane.

En komets ellipsebane kan konstrueres ved at sætte to stifter i brændpunkterne. Derefter binder man et stykke snor med længden svarende til  $2a$  sammen til en lukket kurve. Den placeres så omkring stifterne og man tager en blyant, holder snoren udspændt og tegner ellipsen rundt.

Ligningen kan omformes og man kan f.eks. isolere  $x$ -værdien i ligningen:

$$x = \sqrt{a^2 \cdot \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)}$$

til bestemmelse af en komets nøjagtige position, hvis  $y$ ,  $a$  og  $b$  værdierne er kendte.

Excentriciteten af en ellipse beregnes ved formlen:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

Denne værdi fortæller os, at hvis banen er tilnærmelsesvis cirkulær vil excentriciteten gå mod 0, og er den meget fladtrykt, vil den gå mod 1.

Desuden er en komets bane forklaret ved afstanden *perihelion*, som er den tætteste afstand kometen kommer på Solen ( $PF_1$ ) og *aphelion*, som er den længste afstand kometen har til Solen ( $F_1A$ )

Desuden gælder at afstanden fra centrum til et af brændpunkterne er bestemt ved  $e \cdot a$

Bestemmelse af kometers hastighed i ellipsebanen:

Den mekaniske energi for et legeme er summen af den potentielle energi og den kinetiske energi:

$$(1) E_{mek} = E_{kin} + E_{pot}$$

$$(2) E_{mek} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

Den mekaniske energi i en ellipsebane kan også beskrives ved

$$(3) E_{mek} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot a}$$

Hvor:

$G =$  Gravitationskonstanten givet ved  $6.6726 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

$M =$  Solen masse givet ved  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

$m =$  kometens masse i kg

$a =$  den halve storakse i meter

$r =$  afstanden mellem Solen og kometen i meter

Vi sætter ligning (2) lig med ligning (3) og omskriver:

$$-G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot a} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

⇕

$$-G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot a} + G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

⇕

$$M \cdot m \left( -\frac{G}{2 \cdot a} + \frac{G}{r} \right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

⇕

$$M \left( G \left( -\frac{1}{2a} + \frac{1}{r} \right) \right) = \frac{1}{2} \cdot v^2$$

⇕

$$v = \sqrt{2 \cdot G \cdot M \cdot \left( -\frac{1}{2a} + \frac{1}{r} \right)}$$

⇕

$$v = \sqrt{G \cdot M \cdot \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

Hermed har vi et udtryk til bestemmelse af kometens hastighed.

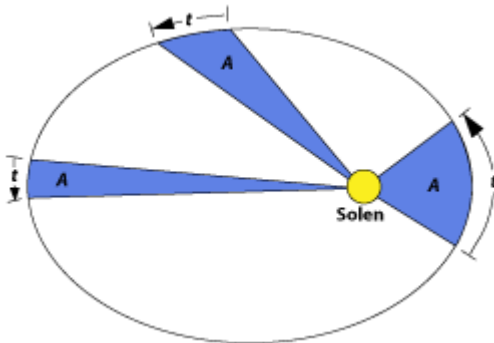
## Kepler's love

### *Kepler's 1. Lov.*

Planeter bevæger sig i ellipsebaner med solen i ellipsens ene brændpunkt (et punkt der ligger på storaksen i en vis afstand fra ellipsens centrum). Summen af afstandene fra en ellipses to brændpunkter til et punkt på ellipsen er den samme. Den svarer også til ellipsens storakse.

### *Keplers 2. Lov*

Forbindelseslinjen mellem Solen og en planet overstryger lige store arealer i lige store tidsrum.



### *Keplers 3. Lov*

Forholdet mellem kvadratet på omløbstiden og den halve storakse,  $a$ , er givet ved

$$T^2 = k \cdot a^3$$

(med  $T$  målt i år og  $a$  målt i AU vil  $k = 1$ )

## Lovenes betydning for nuværende undersøgelser af kometer

Netop nu har Keplers viden i høj grad en vigtig betydning for videnskaben i dag. Rosetta missionen er en Rumsonde som blev sendt afsted af ESA (European Space Agency) i 2004, og har til opgave at undersøge kometen P67 Churyumov-Gerasimenko.

Rosetta har været i "Deep Space hypnation" i 31 måneder, og blev d. 20. januar vækket igen. Nu er den på vej til at gå i kredsløb omkring P67, hvor den desuden vil placere landeren Philae i november i år. Her skal de undersøge kometens ellipsebane og hvordan kometen udvikler haler, når den kommer tæt på Solen, som vi senere vil komme ind på.

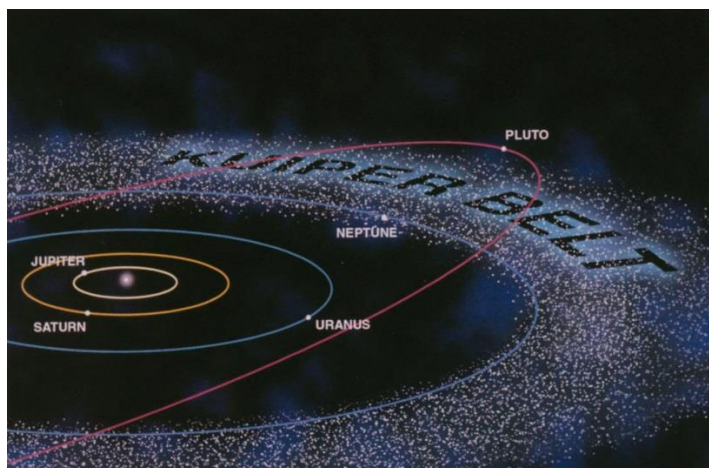


(Figur B, Rosetta: [www.esa.int/spaceinimages](http://www.esa.int/spaceinimages))

### Hvad er kometers opbygning og hvor befinder de sig:

En komet består hovedsageligt af frossen vand, CO<sub>2</sub>, CO, CH<sub>4</sub>, klippestykker, kosmisk støv samt andre bestanddele fra solsystemets dannelse i en samlet masse. De kaldes for snavsede, isede snebolde og er mindre himmellegemer som typisk er mellem 1 og 10 km i diameter. Kometer er et vidne om solsystemets dannelse og er spændende at udforske, da de kan fortælle os om hvad planeterne i solsystemet er blevet dannet af.

De fleste kometer befinder sig enten i Kuiperbæltet, som ligger mellem Neptuns og Plutos bane, eller i Oort skyen, som ligger i den yderste del af Solsystemet. Hvis en komet forstyrres af de ydre planeter i vores solsystem kan de ændre bane og ryge ud af Kuiperbæltet eller Oort skyen. Der vil de havne i deres egen meget langstrakte ellipsebane. Når kometernes havner i disse nye ellipsebener vil de på et tidspunkt passere vandfrostlinjen, som ligger mellem Mars og Jupiter.

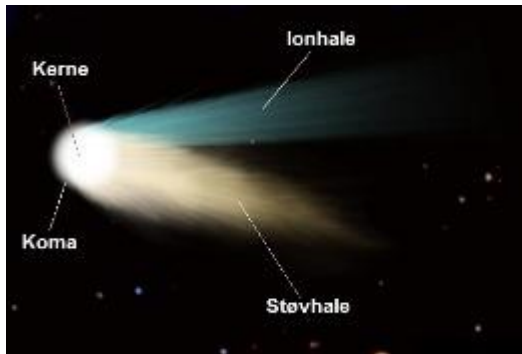


(Figur C, kuiperbæltet: [www.planetariet.dk](http://www.planetariet.dk))

Vandfrostlinjen er grænseområdet hvor temperaturen bliver så høj, at kometernes yderste frosne lag begynder at sublimere. Isen ændrer altså fasetilstand fra is til gasform. Gassen og støvkornene danner en støvsky omkring kometens kerne og kaldes komaen. Komaen blæser af kometen og danner de to haler man kan se på himlen. Jo tættere kometen kommer på solen des mere koma opstår der. Der dannes derved en ionhale og en støvhale.

Støvhale er hvid/gul og består af støv og andre små bestanddele som reflekteres i Solens stråler. Den kan blive adskillige millioner kilometer lang og vil krumme i forhold til kometens bane. Det er kometers støvhale der giver anledning til de perioder hvor vi kan observere mange stjerneskud på himlen.

Ionhale er blålig og kommer fra ioniserede gasserne (den sublimerede is), der blæses væk fra kometen og reagerer med solvinden, som er elektrisk ladede partikler. Ionhale vil have samme retning som solvinden. (se figur D, side 4.)



(Figur D, komethale: [www.planetariet.dk](http://www.planetariet.dk))

### Rosetta missionen

Rosetta, som er en rumsonde skudt op i fransk Guiana i 2004, bliver i 2014 den første rumsonde der vil gå i kredsløb om en komet, helt præcist P67. Den har medbragt et landingsfartøj, som skal tage prøver fra kometens overflade. Ved hjælp af et medbragt masse-spektrometer kan man identificere de typer molekyler som kometen indeholder. Desuden skal kameraer, spektrometre, sensorer, samt et boresystem udføre målinger ned til 30 cm under kometens overflade.

Det er interessant at undersøge kometer, fordi kometerne er rester efter Solsystemets dannelse. De kemiske forbindelser i kometerne har ikke ændret sig meget i løbet af Solsystemets levetid, og indeholder kemiske forbindelser, som de forsynede Jorden med for flere mia. år siden. Derved kan de have spillet en vigtig rolle i livets oprindelse. Kan vi få et indblik i kometernes sammensætning, kan vi derved finde vigtige oplysninger, - og med Rosetta vil man desuden, for første gang, kunne gøre observationer af en komet på nært hold når den passerer Solen.

Landingsmodulet i Rosettaprojektet bruger et harpunlignende landingsystem. Dette er nødvendigt, da der er en gravitationskraft der er millioner gange mindre end på Jorden, pga. dens ringe størrelse. Der skal altså holdes fast ved landingen.

Det danske firma Terma har bidraget til Rosettaprojektet i form af en strømforsyning, som skal sørge for energien til måleudstyr og data.

### Ellipsebanen, omløbstid og hastighed for kometen P67 kan nu beskrives:

#### Omløbstiden bestemmes med Keplers 3. lov

Der er fra datablad givet at den halve storakse  $a = 3.46340635 \text{ AU}$ :

$$T^2 = a^3$$

$$T = \sqrt{a^3}$$

$$T = \sqrt{3.46340635^3}$$

$$T = 6.45 \text{ år}$$

Kometen P67 har derved en omløbstid på 6.45 år

**Størrelsen af den halve lilleakse,  $b$ , bestemmes:**

Der er fra datablad er givet excentriciteten,  $e = 0.632$

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \Leftrightarrow e^2 = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \Leftrightarrow \sqrt{1 - e^2} = \frac{b}{a} \Leftrightarrow b = a \cdot (\sqrt{1 - e^2})$$

$$b = 3.4634 \cdot (\sqrt{1 - 0.632^2})$$

$$b = 2.6840$$

Hermed er  $b = 2.6840$  AU

Nu kan kometens ellipsebane beskrives ved ligningen:

$$\frac{x^2}{3.4634^2} + \frac{y^2}{2.6840^2} = 1$$

**Hastigheden af P67 i afstanden tættest og længst fra Solen beregnes:**

Kometen vil være tættest på Solen i perihelion som i datablad er angivet til  $0.632$  AU.

$1$  AU er en astronomisk enhed svarende til  $1.496 \cdot 10^{11}$  meter. (Afstanden fra Solen til Jorden)

$$v = \sqrt{G \cdot M \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

$$v = \sqrt{(6.6726 \cdot 10^{-11}) \cdot (1.989 \cdot 10^{30}) \cdot \left(\frac{2}{1.2429 \cdot (1.496 \cdot 10^{11})} - \frac{1}{3.4634 \cdot (1.496 \cdot 10^{11})}\right)}$$

$$v = 34225.75 \frac{m}{s}$$

Hastigheden af kometen er beregnet til  $34.22575$  km/s, hvilket er den største hastighed i kometens ellipsebane.

**Kometen er længst væk fra Solen i aphelion. Denne afstand bestemmes:**

$$\text{aphelion} = 2 \cdot a - \text{perihelion}$$

$$\text{aphelion} = (2 \cdot 3.4634 - 1.2429) \text{ AU}$$

$$\text{aphelion} = 5.6839 \text{ AU}$$



Hastigheden beregnes:

$$v = \sqrt{6.6726 \cdot 10^{-11} \cdot 1.989 \cdot 10^{30} \cdot \left( \frac{2}{(5.6839 \cdot (1.496 \cdot 10^{11}))} - \frac{1}{3.4634 \cdot (1.496 \cdot 10^{11})} \right)}$$

$$v = 7484.1536 \frac{m}{s}$$

Hastigheden af kometen når den er længst fra Solen er derved *7.484 km/s*, hvilket er den mindste i dens ellipsebane.

### **Fremstilling af komet:**

For at få mulighed for at observere hvordan en komet er opbygget og hvordan opfører sig under ændrede temperaturforhold, har vi udført forsøg hvor vi fremstillede kometer.

Hertil anvendte vi følgende materialer:

- 4 dl. vand
- 4 dl. tøris (frossen CO<sub>2</sub>)
- 1 dl. sand/jord
- 1 tsk. ammoniak
- 1 spsk. soja
  
- Murerspand
- 3 store plastsække
- Tykke arbejdshandsker
- Rørepind



Vores fremstillede komet

### **Forsøgsgang:**

Plastsækkene satte vi uden på hinanden og lagde dem i murerspanden. Herefter blev vand, sand, ammoniak og sojasauce hældt i den 3-lagede plastsæk og blandede indholdet godt sammen med røre pinden. Tøris blev derefter tilsat og så formede vi kometen med hænderne (med handsker) til kometen var fast i formen.

### **Forsøgsresultat:**

Vi kunne med denne komet iagttage hvordan den begyndte at smelte og sublimere. Omdannelsen af CO<sub>2</sub> gik direkte fra fast form til gas. Dette kunne tydeligt observeres som små jets fra kometen. Efterhånden som kometen smeltede, blev den porøs og fyldt med kratere i dens struktur. Samlet gav forsøget et godt billede af, hvordan de rigtige kometer i Solsystemet reagerer, når kometerne passerer vandfrostlinien og opvarmes af Solen.

## **Konklusion**

Gennem vores lange arbejdsproces, er vi nu i stand til at forstå og beskrive kometer, deres ellipsebaner, deres hastigheder mm. Vi har tilegnet os en masse ny og interessant viden, og har endda lavet vores egen model af en komet. Et spændende forsøg, som vi også vil demonstrere hvis vi kommer videre i Unge Forskere Junior. Vi har fået indsigt i missioner, som der har været i de senere år, og i denne rapport har vi lagt vægt på Rosetta missionen. Vi valgte derfor at beregne P67 og har på den måde brugt vores matematiske og fysiske viden i praksis.

### **Skrevet af:**

**Mie Ibsen & Marcus Guldager, 9.a**  
**Nordsjællands Grundskole & Gymnasium**

### *Kildehenvisning:*

*Systeme Orbit BA 1.udgave, 1.oplag*  
*[www.planetariet.dk](http://www.planetariet.dk)*  
*<http://www.esa.int/>*  
*<http://www.rummet.dk/solsystemet/kometer>*

